

1. Calcular las siguientes integrales **potenciales** (se recomienda hacer la comprobación):

a) $\int \frac{1}{x^2} dx$ b) $\int \frac{x^5}{6} dx$ c) $\int x^{2/3} dx$ d) $\int \frac{1}{x^{2/3}} dx$ e) $\int t^{2+3} dt$ f) $\int x x^{2/3} dx$
 g) $\int \frac{t^3}{t^2} dt$ h) $\int \frac{x^{2/3}}{x^{1/3}} dx$ i) $\int \sqrt{x} \sqrt[3]{x} dx$ j) $\int \sqrt[3]{x^2} dx$ k) $\int (t^2)^3 dt$ l) $\int \frac{\sqrt{x}}{x} dx$
 m) $\int \frac{x}{\sqrt{x}} dx$ n) $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{x} dx$ o) $\int \sqrt{x} \sqrt[3]{x} \sqrt[4]{x} dx$ p) $\int \frac{x+2}{\sqrt{x}} dx$

(Soluc: a) $-1/x$ b) $x^6/36$ c) $\frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5}$ d) $3\sqrt[3]{x}$ e) $t^6/6$ f) $\frac{3\sqrt[3]{x^8}}{8}$ g) $t^2/2$ h) $\frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4}$ i) $\frac{6\sqrt[6]{x^{11}}}{11}$
 j) $\frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5}$ k) $t^7/7$ l) $2\sqrt{x}$ m) $\frac{2\sqrt{x^3}}{3}$ n) $3\sqrt[3]{x}$ o) $\frac{12\sqrt[12]{x^{25}}}{25}$ p) $\frac{2\sqrt{x^3}}{3} + 4\sqrt{x}$)

2. Calcular las siguientes integrales de **funciones compuestas**:

a) $\int (x+1)^2 dx$ b) $\int (7x+5)^2 dx$ c) $\int 2x (x^2+1) dx$ d) $\int 3x^2 (x^3+1) dx$ e) $\int t (t^2+3) dt$
 f) $\int x^2 (x^3+2) dx$ g) $\int (2x+1)^{-3} dx$ h) $\int x^2 (x^3+1)^{-7} dx$ i) $\int \frac{1}{(2x+1)^2} dx$ j) $\int \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} dx$
 k) $\int \frac{1}{t^2+2t+1} dt$ l) $\int \frac{dx}{x^3+3x^2+3x+1}$ m) $\int x \sqrt{1+x^2} dx$ n) $\int x \sqrt{1-x^2} dx$ o) $\int (x+1)(x^2+2x+5)^6 dx$
 p) $\int \frac{x^2}{(x^3+1)^4} dx$ q) $\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx$ r) $\int (16x+1)(8x^2+x-5) dx$ s) $\int \frac{\sqrt{x+1}}{x+1} dx$ t) $\int \frac{x\sqrt{x^2+1}}{x^2+1} dx$
 u) $\int \cos x \sin x dx$ v) $\int \cos x \sin^2 x dx$ w) $\int \sin x \cos^2 x dx$ x) $\int \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$ y) $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$
 z) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ a) $\int \frac{1}{x \ln^2 x} dx$ β) $\int \frac{\ln x}{x} dx$ γ) $\int \frac{\arcsen^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ δ) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsen^2 x}$
 ε) (*) $\int \frac{\arctg x/2}{4+x^2} dx$

(Soluc: a) $(x+1)^3/3$ b) $(7x+5)^3/21$ c) $(x^2+1)^2/2$ d) $(x^3+1)^2/2$ e) $(t^2+3)^2/4$ f) $(x^3+2)^2/6$
 g) $\frac{-1}{4(2x+1)^2}$ h) $\frac{-1}{18(x^3+1)^6}$ i) $\frac{-1}{2(2x+1)}$ j) $\frac{-1}{x^2+x+1}$ k) $\frac{-1}{t+1}$ l) $\frac{-1}{2(x+1)^2}$
 m) $\frac{\sqrt{(1+x^2)^3}}{3}$ n) $\frac{-\sqrt{(1-x^2)^3}}{3}$ o) $(x^2+2x+5)^7/14$ p) $\frac{-1}{9(x^3+1)^3}$ q) $\frac{2\sqrt{3x+1}}{3}$ r) $(8x^2+x-5)^2/2$
 s) $2\sqrt{x+1}$ t) $\sqrt{x^2+1}$ u) $\sin^2 x/2$ o $-\cos^2 x/2$ v) $\sin^3 x/3$ w) $-\cos^3 x/3$ x) $\frac{\arctg x}{2}$
 y) $-\operatorname{cosec} x$ z) $\ln^3 x/3$ a) $-1/\ln x$ β) $\ln^2 x/2$ γ) $\frac{\arcsen^3 x}{3}$ δ) $\frac{-1}{\arcsen x}$
 ε) $\frac{\arctg^2 x/2}{4}$)

NOTA: En todas las soluciones se omite, por razones de espacio, la cte. de integración C.



3. Calcular las siguientes integrales de **tipo logarítmico**:

$$\begin{array}{lllll}
 \text{a) } \int 4x^{-1} dx & \text{b) } \int \frac{1}{x-1} dx & \text{c) } \int \frac{1}{3x+5} dx & \text{d) } \int \frac{1}{ax+b} dx & \text{e) } \int \frac{x^2}{x^3+2} dx \\
 \text{f) } \int \frac{2x^2}{6x^3+1} dx & \text{g) } \int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx & \text{h) } \int \frac{x-1}{3x^2-6x+5} dx & \text{i) } \int \frac{e^x}{1+e^x} dx & \text{j) } \int \frac{\operatorname{sen} x - \cos x}{\operatorname{sen} x + \cos x} dx \\
 \text{k) } \int \frac{1}{x \ln x} dx & \text{l) } \int \frac{dx}{(1+x^2) \operatorname{arctg} x} & \text{m) } \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2} \operatorname{arcsen} x} dx & \text{n) } \int \frac{\sec^2 x}{1+\operatorname{tg} x} dx & \text{o) (*) } \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x} \operatorname{sen} \sqrt{x}} dx
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llllll}
 (\text{Soluc: a) } \ln x^4 & \text{b) } \ln(x-1) & \text{c) } \ln \sqrt[3]{3x+5} & \text{d) } \frac{\ln(ax+b)}{a} & \text{e) } \ln \sqrt[3]{x^3+2} & \text{f) } \ln \sqrt[9]{6x^3+1} \\
 \text{g) } \ln(x^2+x+1) & \text{h) } \ln \sqrt[6]{3x^2-6x+5} & \text{i) } \ln(1+e^x) & \text{j) } \ln \frac{1}{\operatorname{sen} x + \cos x} & \text{k) } \ln(\ln x) & \text{l) } \ln(\operatorname{arctg} x) \\
 \text{m) } \ln(\operatorname{arcsen} x) & \text{n) } \ln(1+\operatorname{tg} x) & \text{o) } \ln \operatorname{sen}^2 \sqrt{x}
 \end{array}$$

4. Calcular las siguientes integrales de **tipo exponencial**:

$$\begin{array}{lllll}
 \text{a) } \int e^{-x} dx & \text{b) } \int e^{2x} dx & \text{c) } \int e^{-2x} dx & \text{d) } \int e^{2x+1} dx & \text{e) } \int e^{-2x+1} dx \\
 \text{f) } \int x e^{x^2-22} dx & \text{g) } \int x e^{-x^2} dx & \text{h) } \int x^2 e^{x^3+1} dx & \text{i) } \int (2x+1) e^{x^2+x-1} dx & \text{j) } \int \cos x e^{\operatorname{sen} x} dx \\
 \text{k) } \int \frac{1}{x} e^{\ln x} dx & \text{l) } \int \sec^2 x e^{\operatorname{tg} x} dx & \text{m) } \int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx & \text{n) } \int \frac{e^{\operatorname{arcsen} x}}{\sqrt{1-x^2}} dx & \text{o) } \int 12^x dx \\
 \text{p) } \int (6^x)^2 dx & \text{q) } \int \frac{7^x}{5^x} dx & \text{r) } \int 5^x 9^x dx
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llllll}
 (\text{Soluc: a) } -1/e^x & \text{b) } e^{2x}/2 & \text{c) } \frac{-1}{2e^{2x}} & \text{d) } e^{2x+1}/2 & \text{e) } -e^{-2x+1}/2 & \text{f) } \frac{e^{x^2-22}}{2} \\
 \text{g) } -\frac{1}{2e^{x^2}} & \text{h) } \frac{e^{x^3+1}}{3} & \text{i) } e^{x^2+x-1} & \text{j) } e^{\operatorname{sen} x} & \text{k) } x & \text{l) } e^{\operatorname{tg} x} \\
 \text{m) } e^{\operatorname{arctg} x} & \text{n) } e^{\operatorname{arcsen} x} & \text{o) } 12^x / \ln 12 & \text{p) } 36^x / \ln 36 & \text{q) } \frac{(7/5)^x}{\ln 7/5} & \text{r) } \frac{45^x}{\ln 45}
 \end{array}$$

5. Calcular las siguientes integrales **trigonométricas sencillas**:

$$\begin{array}{lllll}
 \text{a) } \int \cos(-2x) dx & \text{b) } \int \frac{1}{3} \operatorname{sen} x dx & \text{c) } \int \cos \frac{x}{3} dx & \text{d) } \int \operatorname{sen}(x+1) dx & \text{e) } \int \cos(2x+5) dx \\
 \text{f) } \int \operatorname{sen}(-x+1) dx & \text{g) } \int 3 \cos(2x+6) dx & \text{h) } \int x \operatorname{sen} x^2 dx & \text{i) } \int 2x \cos(x^2+255) dx & \text{j) } \int x \operatorname{sen}(3x^2+7) dx \\
 \text{k) } \int x \cos(-3x^2-5) dx & \text{l) } \int 7x^2 \operatorname{sen}(4x^3+5) dx & \text{m) } \int \frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} dx & \text{n) } \int \frac{\operatorname{sen} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx & \text{o) } \int \frac{\cos \ln x}{x} dx \\
 \text{p) } \int \frac{\cos(\operatorname{arctg} x)}{1+x^2} dx
 \end{array}$$

$$(\text{Soluc: a) } \frac{\operatorname{sen} 2x}{2} \quad \text{b) } \frac{-\cos x}{3} \quad \text{c) } 3 \operatorname{sen} \frac{x}{3} \quad \text{d) } -\cos(x+1) \quad \text{e) } \frac{\operatorname{sen}(2x+5)}{2} \quad \text{f) } \cos(-x+1)$$

g) $\frac{3}{2} \sin(2x+6)$ h) $-\frac{\cos x^2}{2}$ i) $\sin(x^2+255)$ j) $-\frac{\cos(3x^2+7)}{6}$ k) $-\frac{\sin(-3x^2-5)}{6}$ l) $-\frac{7 \cos(4x^3+5)}{12}$
 m) $\sin \sqrt{x}$ n) $-2 \cos \sqrt{x}$ o) $\sin(\ln x)$ p) $\sin(\arctg x)$

6. Calcular las siguientes integrales por el método de sustitución o **cambio de variable**:

a) $\int (x+2)^{10} x \, dx$ mediante $x+2=t$ b) $\int x \sqrt{x-1} \, dx$ haciendo $t^2=x-1$ c) $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ con $t=e^x$

d) $\int \frac{x}{(x+1)^3} \, dx$ haciendo $x+1=t$ e) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} \, dx$ f) $\int \frac{(x+1)^{10}}{x} \, dx$

g) $\int \frac{x}{\sqrt{x+2}} \, dx$ h) $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[3]{x}} \, dx$

(Soluc: a) $\frac{(x+2)^{12}}{12} - 2 \frac{(x+2)^{11}}{11}$ b) $2 \left(\frac{\sqrt{(x-1)^5}}{5} + \frac{\sqrt{(x-1)^3}}{3} \right)$ c) $\arctg e^x$ d) $-\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2(x+1)^2}$ e) $2(\sqrt{x} - \arctg \sqrt{x})$

f) $\frac{(x+1)^{10}}{10} + \frac{(x+1)^9}{9} + \dots + \frac{(x+1)^2}{2} + x + 1 + \ln x$ g) $\frac{2}{3}(x-4)\sqrt{x+2}$ h) $x - \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{2} + 3\sqrt[3]{x} - \ln(1+\sqrt[3]{x})^3$

Recordar algunos consejos:

1. En las integrales NO inmediatas en las que haya $\sqrt{\quad}$, suele funcionar el cambio **RADICANDO=t²**
2. “ “ “ “ “ “ “ “ aparecen $\sqrt{\quad}$ de distinto índice, puede funcionar el cambio **RADICANDO=t^{mcm de los índices}**
3. En las integrales NO inmediatas en las que aparezca a^x , puede ensayarse **a^x=t**
4. Para integrales trigonométricas NO inmediatas ver los cambios vistos en el tema.

NOTA: Algunas integrales de este ejercicio también se podrían haber hecho por partes, como por ejemplo el apartado g.

7. Calcular las siguientes integrales de **tipo arco tangente**:

a) $\int \frac{1}{x^2+2x+2} \, dx$ b) $\int \frac{1}{9x^2+6x+2} \, dx$ c) $\int \frac{x^3}{1+x^8} \, dx$ d) $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} \, dx$ e) $\int \frac{\sec^2 x}{1+\tg^2 x} \, dx$

f) $\int \frac{a^x}{1+a^x} \, dx$ g) $\int \frac{2^x}{1+4^x} \, dx$ h) $\int \frac{3^x}{1+9^x} \, dx$ i) $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} \, dx$ j) $\int \frac{1}{x(1+\ln^2 x)} \, dx$

k) $\int \frac{3x+27}{1+(3x+27)^4} \, dx$ l) $\int \frac{1}{3+x^2} \, dx$ m) $\int \frac{1}{4x^2+4x+2} \, dx$ n) $\int \frac{1}{x^2+4} \, dx$

(Soluc: a) $\arctg(x+1)$ b) $\frac{\arctg(3x+1)}{3}$ c) $\frac{\arctg x^4}{4}$ d) $\arctg e^x$ e) x f) $\frac{\ln(1+a^x)}{\ln a}$
 g) $\frac{\arctg 2^x}{\ln 2}$ h) $\frac{\arctg 3^x}{\ln 3}$ i) $2 \arctg \sqrt{x}$ j) $\arctg(\ln x)$ k) $\frac{\arctg(3x+27)^2}{6}$ l) $\frac{\sqrt{3}}{3} \arctg \frac{x}{\sqrt{3}}$
 m) $\frac{1}{2} \arctg(2x+1)$ n) $\frac{1}{2} \arctg \frac{x}{2}$

8. Calcular las siguientes integrales de **tipo neperiano-arco tangente**:

a) $\int \frac{x}{x^2+2x+17} \, dx$ b) $\int \frac{x-1}{x^2+2x+2} \, dx$ c) $\int \frac{x+1}{x^2+x+1} \, dx$ d) $\int \frac{x+1}{x^2+6x+13} \, dx$ e) $\int \frac{x+1}{25+x^2} \, dx$

f) $\int \frac{x+3}{x^2-2x+5} dx$ g) $\int \frac{2x+7}{x^2+x+1} dx$ h) $\int \frac{x}{x^2+2x+3} dx$ i) $\int \frac{x+1}{x^2-6x+13} dx$ j) $\int \frac{2x+5}{x^2-4x+13} dx$

k) $\int \frac{2x+4}{x^2+4} dx$

(Soluc: a) $\ln\sqrt{x^2+2x+17} - \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{4}$

b) $\ln\sqrt{x^2+2x+2} - 2\operatorname{arctg}(x+1)$

c) $\ln\sqrt{x^2+x+1} + \frac{\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}}$

d) $\ln\sqrt{x^2+6x+13} - \operatorname{arctg} \frac{x+3}{2}$

e) $\ln\sqrt{x^2+25} + \frac{1}{5} \operatorname{arctg} \frac{x}{5}$

f) $\ln\sqrt{x^2-2x+5} + 2 \operatorname{arctg} \frac{x-1}{2}$

g) $\ln(x^2+x+1) + 4\sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}}$

h) $\ln\sqrt{x^2+2x+3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{\sqrt{2}}$

i) $\ln\sqrt{x^2-6x+13} + 2 \operatorname{arctg} \frac{x-3}{2}$

j) $\ln(x^2-4x+13) + 3 \operatorname{arctg} \frac{x-2}{3}$

k) $\ln(x^2+4) + 2 \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$

9. Calcular **por partes** las siguientes integrales:

a) $\int x \ln x dx$

b) $\int \sqrt{x} \ln x dx$

c) $\int x^2 \ln x dx$

d) $\int \ln^2 x dx$

e) $\int x^2 e^x dx$

f) $\int \ln(x+1) dx$

g) $\int \arccos x dx$

h) $\int x^2 \operatorname{sen} x dx$

i) $\int \frac{x}{\sqrt{x+2}} dx$

j) $\int (x^2-2x-1) e^x dx$

k) $\int e^x \operatorname{sen} x dx$

l) $\int (x^2+1) e^{-x} dx$

m) $\int x^3 \cos x^2 dx$

n) $\int x^2 e^{2x+1} dx$

o) $\int (x^2+1) \operatorname{sen} 2x dx$

p) $\int \frac{\operatorname{Ln} x}{x^3} dx$

(Soluc: a) $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4}$

b) $\frac{2}{3} \sqrt{x^3} \ln x - \frac{4}{9} \sqrt{x^3}$

c) $\frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9}$

d) $x \ln^2 x - 2x \ln x + 2x$

e) $e^x (x^2 - 2x + 2)$

f) $x \ln(x+1) - x + \ln(x+1)$

g) $x \arccos x - \sqrt{1-x^2}$

h) $2 \cos x - x^2 \cos x + 2x \operatorname{sen} x$

i) $\frac{2}{3} (x-4) \sqrt{x+2}$

j) $e^x (x^2 - 4x + 3)$

k) $\frac{e^x (\operatorname{sen} x - \cos x)}{2}$

l) $\frac{-x^2 + 2x + 3}{e^x}$

m) $\frac{1}{2} x^2 \operatorname{sen} x^2 + \frac{1}{2} \cos x^2$

n) $\frac{x^2}{2} e^{2x+1} - \frac{x}{2} e^{2x+1} + \frac{1}{4} e^{2x+1}$

o) $\frac{x}{2} \operatorname{sen} 2x - \frac{2x^2+1}{4} \cos 2x$

p) $-\frac{\operatorname{Ln} x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2}$

10. Calcular las siguientes integrales **racionales**:

a) $\int \frac{2x+1}{x^2-5x+6} dx$

b) $\int \frac{x^2-6x+7}{x^3-4x^2+x+6} dx$

c) $\int \frac{2x^2-4x+3}{x^3-3x^2+4} dx$

d) $\int \frac{1}{x^2-5x} dx$

e) $\int \frac{3x+5}{x^3-x^2-x+1} dx$

f) $\int \frac{2x^3-5x^2+4x-2}{x^2-3x+2} dx$

g) $\int \frac{2x^2+3}{x^3+x^2-2} dx$

h) $\int \frac{x^2-2x+10}{x^3-3x+2} dx$

i) $\int \frac{7x^2+3x+5}{x^3+x} dx$

j) $\int \frac{9x+23}{x^2+6x+9} dx$

k) $\int \frac{8x^2-2x-1}{x^3-x^2+4x-4} dx$

l) $\int \frac{x^3-2x^2+x-1}{x^2-3x+2} dx$

m) $\int \frac{2x^2-4x+1}{x^3-4x^2+5x-2} dx$

n) $\int \frac{2x^2-8x-1}{2x^2-7x+3} dx$

o) $\int \frac{2x+1}{x^2+x-6} dx$

p) $\int \frac{x+2}{x^2-x-6} dx$

q) $\int \frac{x^4-3x^3+2x^2+3}{x^3-3x^2+4} dx$

r) $\int \frac{dx}{e^x+1}$

(Soluc: a) $\ln \frac{(x-3)^7}{(x-2)^5}$

b) $\ln \frac{\sqrt[3]{x-2} \sqrt[4]{(x+1)^7}}{\sqrt{x-3}}$

c) $\ln(x^2-x-2) - \frac{1}{x-2}$

d) $\ln \sqrt[5]{1-\frac{5}{x}}$

e) $\ln \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - \frac{4}{x-1}$

f) $x^2+x+\ln[(x-1)(x-2)^2]$

g) $\ln[(x-1)\sqrt{x^2+2x+2}] - 2\operatorname{arctg}(x+1)$

h) $\ln \frac{(x+2)^2}{(x-1)} - \frac{3}{x-1}$ i) $\ln [x^5(x^2+1)] + 3\text{arctg } x$ j) $\ln(x+3)^9 + \frac{4}{x+3}$ k) $\ln \left[(x-1) \cdot \sqrt{(x^2+4)^7} \right] + \frac{5}{2} \text{arctg } \frac{x}{2}$
 l) $\frac{x^2}{2} + x + \ln(x^2 - 3x + 2)$ m) $\ln(x^2 - 3x + 2) - \frac{1}{x-1}$ n) $x - \ln \frac{\sqrt[5]{(x-3)^7}}{\sqrt[10]{(2x-1)^9}}$ o) $\ln(x^2 + x - 6)$
 p) $\ln(x-3)$ q) $\frac{x^2}{2} + \ln(x^2 - x - 2) - \frac{1}{x-2}$ r) $x - \ln(e^x + 1)$

11. Calcular las siguientes integrales **trigonométricas no inmediatas**, haciendo cambios o transformando los integrandos:

a) $\int \cos^5 x \, dx$ (Hacer $\text{sen} x = t$) b) $\int \text{sen}^5 x \, dx$ (Hacer $\text{cos} x = t$) c) $\int \frac{\text{sen } x + \text{tg } x}{\text{cos } x} \, dx$ (Descomponer el integrando)
 d) $\int \text{sen}^2 x \cos^2 x \, dx$ e) $\int \sec x \, dx$ f) $\int \cos x \text{ctg}^2 x \, dx$ (Sustituir $\text{ctg}^2 x = \frac{1}{\text{sen}^2 x} - 1$)
 g) $\int \cos^2 3x \, dx$ h) $\int \frac{dx}{\cos^2 x + \text{sen } x \cos x}$ (hacer $\text{tg} x = t$) i) $\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx$
 j) $\int \frac{\text{sen } 2x}{1 + \cos x} \, dx$ (Multiplicar por el conjugado) k) $\int \frac{1}{\text{sen } x \cos x} \, dx$ (Ángulo doble) l) $\int \frac{\text{sen } x}{\cos x \text{sen}^2 x - \cos x} \, dx$
 m) $\int \frac{1}{\cos^4 x} \, dx$ (hacer $\text{tg} x = t$) n) $\int \frac{\text{sen}^3 x}{\cos x} \, dx$ ($\text{sen} x = t$ o $\text{cos} x = t$) o) $\int \text{sen}^2 x \cos^3 x \, dx$

(Soluc: a) $\text{sen } x - \frac{2}{3} \text{sen}^3 x + \frac{\text{sen}^5 x}{5}$ b) $-\cos x + \frac{2}{3} \cos^3 x - \frac{\cos^5 x}{5}$ c) $\sec x - \ln \cos x$ d) $\frac{x}{8} - \frac{\text{sen} 4x}{32}$
 e) $\ln \sqrt{\frac{\text{sen } x + 1}{1 - \text{sen } x}}$, o bien $\ln(\sec x + \text{tg } x)$, o bien $\ln \text{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$ f) $-\cos \text{ec } x - \text{sen } x$ g) $\frac{x}{2} + \frac{\text{sen } 6x}{12}$
 h) $\ln(1 + \text{tg } x)$ i) $\text{tg } x$ j) $x - \text{sen } x$ k) $\ln(\text{tg } x)$
 l) $-\frac{1}{2 \cos^2 x}$ m) $\text{tg } x + \frac{\text{tg}^3 x}{3}$ n) $\frac{\cos^2 x}{2} - \ln \cos x$ o) $\frac{\text{sen}^3 x}{3} - \frac{\text{sen}^5 x}{5}$)

12. Calcular **por el método más adecuado** (entre paréntesis figura una ayuda) las siguientes integrales:

a) $\int \frac{1}{(x-1)^2} \, dx$ (inmediata) b) $\int \frac{x-1}{3x^2 - 6x + 5} \, dx$ (tipo ln) c) $\int (x-1) e^x \, dx$ (por partes)
 d) $\int (x^2 - 2x - 3) \ln x \, dx$ (por partes) e) $\int \frac{1}{x^2 - 1} \, dx$ (raíces re simples) f) $\int \frac{x+5}{x^2 + x - 2} \, dx$ (raíces re simpl)
 g) $\int \frac{6x+8}{x^2 + 2x + 5} \, dx$ (ln-arctg) h) $\int \frac{x^3 + 1}{x^2 - 5x + 4} \, dx$ (raíces re simples) i) $\int \sec^3 x \, dx$ (cambio $\text{sen} x = t$)
 j) $\int \frac{1 + \text{sen}^2 x}{\text{sen} x \cos x} \, dx$ (cambio $\text{sen} x = t$) k) $\int \frac{\cos x}{1 - \cos x} \, dx$ (transformar el integrando) l) $\int \cos 3x \text{sen}^2 3x \, dx$ (inmediata)
 m) $\int x^2 \text{sen} 3x \, dx$ (por partes) n) $\int x \text{arctg} x \, dx$ (por partes) o) $\int x^2 e^{3x} \, dx$ (por partes)
 p) $\int \frac{x-3}{x^2 + 49} \, dx$ (ln-arctg) q) $\int \frac{x^4 - 3x^2 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - 2x} \, dx$ (raíces re simples) r) $\int x \ln(x+1) \, dx$ (por partes)
 s) $\int \frac{\ln^3 x}{x} \, dx$ (inmediata) t) $\int \text{sen}(\ln x) \, dx$ u) $\int x [\ln(x^2 + 1) - e^{-x}] \, dx$
 v) $\int \frac{1+2x}{1+x^2} \, dx$ w) $\int \frac{1+x}{1-x} \, dx$ (hacer la división) x) $\int \frac{x^2 + x + 1}{x+1} \, dx$ (hacer la división)

y) $\int \frac{x^2+1}{x-1} dx$ (hacer la división) **z)** $\int \frac{x}{x^2+9} dx$ **a)** $\int \frac{\sqrt{7+2\operatorname{tg}x}}{\cos^2 x} dx$
β) $\int \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} dx$ (tipo arcsen) **γ)** $\int \frac{1}{x(\ln^3 x - 2\ln^2 x - \ln x + 2)} dx$ (hacer $\ln x=t$) **δ)** $\int \operatorname{sen}\sqrt{3x} dx$ (cambio variable+por partes)
ε) $\int \frac{x^2+1}{x^2-4x+13} dx$ **ζ)** $\int \frac{1-\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen} x \cos x} dx$

(Sol: **a)** $\frac{-1}{x-1}$ **b)** $\ln \sqrt[6]{3x^2 - 6x + 5}$ **c)** $xe^x - 2e^x$ **d)** $\ln x \left(\frac{x^3}{3} - x^2 - 3x \right) - \frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{2} + 3x$
e) $\ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ **f)** $\ln \frac{(x-1)^2}{x+2}$ **g)** $\ln(x^2+2x+5)^3 + \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2}$ **h)** $\frac{x^2}{2} + 5x + \ln \sqrt[3]{\frac{(x-4)^{65}}{(x-1)^2}}$
i) $\ln \sqrt{\operatorname{sen} x + 1} - \ln \sqrt[3]{\operatorname{sen} x - 1} - \frac{1}{4(\operatorname{sen} x - 1)} - \frac{1}{4(\operatorname{sen} x + 1)}$ **j)** $\ln \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x}$ **k)** $-x - \operatorname{cosec} x - \operatorname{ctg} x$ **l)** $\frac{\operatorname{sen}^3 3x}{9}$
m) $-\frac{x^2 \cos 3x}{3} + \frac{2x \operatorname{sen} 3x}{9} + \frac{2 \cos 3x}{27}$ **n)** $\frac{x^2 \operatorname{arctg} x - x + \operatorname{arctg} x}{2}$ **o)** $\frac{x^2 e^{3x}}{3} - \frac{2x e^{3x}}{3} + \frac{2e^{3x}}{9}$ **p)** $\ln \sqrt{x^2 + 49} - \frac{3}{7} \operatorname{arctg} \frac{x}{7}$
q) $\frac{x^2}{2} + x + \ln x - \ln \sqrt[3]{(x-2)^2} - \ln \sqrt[3]{x+1}$ **r)** $x^2 \ln \sqrt{x+1} - \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - \ln \sqrt{x+1}$ **s)** $\frac{\ln^4 x}{4}$ **t)** $\frac{1}{2} x (\operatorname{sen} \ln x - \cos \ln x)$
u) $\frac{x^2 \ln \sqrt{x^2+1}}{2} + \ln \sqrt{x^2+1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x+1}{e^x}$ **v)** $\operatorname{arctg} x + \ln(x^2+1)$ **w)** $-x - \ln(1-x)^2$ **x)** $\frac{x^2}{2} + \ln(x+1)$
y) $\frac{x^2}{2} + x + \ln(x-1)^2$ **z)** $\ln \sqrt{x^2+9}$ **a)** $\frac{\sqrt{(7+2\operatorname{tg}x)^3}}{3}$ **β)** $\operatorname{arcsen} \frac{\sqrt{2} x}{2}$
γ) $\ln \sqrt[6]{\frac{(\ln x - 2)^2 (\ln x + 1)}{(\ln x - 1)^3}}$ **δ)** $\frac{2(\operatorname{sen}\sqrt{3x} - \sqrt{3x} \cos \sqrt{3x})}{3}$ **ε)** $x + \operatorname{Ln}(x^2 - 4x + 13)^2 - 4 \operatorname{arctg} \frac{x-2}{3}$ **ζ)** $\ln(\operatorname{sen} x)$

Teórico-prácticos:

13. Calcular la primitiva de $f(x)=\ln^2 x$ que se anula en $x=e$

14. Determinar $f(x)$ sabiendo que $f'''(x)=24x$, $f(0)=0$, $f'(0)=1$ y $f''(0)=2$ (Soluc: $f(x)=x^4+x^2+x$)

15. Hallar un polinomio cuya derivada sea x^2+x-6 y tal que el valor de su máximo sea tres veces mayor que el de su mínimo. (Soluc: $p(x)=x^3/3+x^2/2-6x+71/4$)

16. a) Calcular todas las funciones que verifican $f'(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ 2x+1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

b) Estudiar su derivabilidad.

$$\left(\text{Soluc: } f(x) = \begin{cases} e^x + C & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + x + C & \text{si } x > 0 \end{cases} ; f(x) \text{ derivable } \forall x \in \mathbb{R} \right)$$

17. Hallar una función $F(x)$ tal que $F(0)=2$ y que sea una primitiva de $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$ (Soluc: $F(x) = \operatorname{Ln}(e^x+1) + 2 - \operatorname{Ln} 2$)