

| | |
|---|----------------------------|
| <p>INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA EL ESCORIAL</p> <p>Alumno/a _____ Curso _____ Grupo _____</p> <p>Matemáticas Ac. 3º ESO. SUCESIONES.</p> | <p>CALIFICACIÓN</p> |
| <p>11-DICIEMBRE-2017</p> | |

Ejercicio nº 1. (1 punto) Obtén los cinco primeros términos de cada una de estas sucesiones:

a)
$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = 3a_{n-1} - 8 \end{cases}$$

b)
$$b_n = \frac{n - 3}{2n + 1}$$

Solución:

a) $a_1 = 5, a_2 = 7, a_3 = 13, a_4 = 31, a_5 = 85$

b) $b_1 = -\frac{2}{3}, b_2 = -\frac{1}{5}, b_3 = 0, b_4 = \frac{1}{9}, b_5 = \frac{2}{11}$

Ejercicio nº 2.- (1,5 puntos) Indica si las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas, geométricas o ninguna de las dos, y calcula, para las progresiones aritméticas y geométricas su diferencia o razón y su término general.

m) 4, 12, 36, 108, 324, ... s) 2, 5, 10, 17, 26, ... t) 5, 9, 13, 17, 21, ...

Solución:

La sucesión m) es una progresión geométrica de razón $r = 3$.

La sucesión s) no es progresión aritmética ni geométrica.

La sucesión t) es una progresión aritmética de diferencia $d = 4$.

El término general de m) es $a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$

El término general de t) es: $a_n = 5 + (n - 1) \cdot 4 = 4n + 1$

Ejercicio nº 3.- (1,5 puntos) En una progresión aritmética sabemos que $a_2 = 1$ y $a_5 = 7$. Halla el término general y calcula la suma de los 15 primeros términos S_{15} .

Solución:

$$a_5 = a_2 + 3d \quad 7 = 1 + 3d \quad 6 = 3d \quad d = 2$$

$$a_1 = a_2 - d = 1 - 2 = -1$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = -1 + (n - 1) \cdot 2 = -1 + 2n - 2 = 2n - 3 \quad a_n = 2n - 3$$

$$a_{15} = 2 \cdot 15 - 3 = 30 - 3 = 27$$

$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(-1 + 27) \cdot 15}{2} = 195$$

Ejercicio nº 4.- (1,5 puntos) Calcula a_1 y a_{13} en una progresión aritmética en la que conocemos la diferencia $d = 6$ y la suma de sus 13 primeros términos $S_{13} = 572$.

Solución:

$$a_{13} = a_1 + 12d = a_1 + 12 \cdot 6 = a_1 + 72$$

$$S_{13} = \frac{(a_1 + a_{13}) \cdot 13}{2} \rightarrow 572 = \frac{(a_1 + a_1 + 72) \cdot 13}{2} \rightarrow 1144 = (2a_1 + 72) \cdot 13 \rightarrow$$

$$\rightarrow 88 = 2a_1 + 72 \rightarrow 16 = 2a_1 \rightarrow a_1 = 8$$

$$a_{13} = a_1 + 72 = 8 + 72 = 80 \rightarrow a_{13} = 80$$

Ejercicio nº 5.- (1,5 puntos) La razón de una progresión geométrica es $r=3$, y el tercer término vale $a_3 = 45$. Halla la suma de los ocho primeros términos S_8 .

Solución:

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 \rightarrow 45 = a_1 \cdot 9 \rightarrow a_1 = 5$$

$$a_8 = a_1 \cdot r^7 = 5 \cdot 3^7 = 5 \cdot 2187 = 10935$$

$$S_8 = \frac{a_8 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{10935 \cdot 3 - 5}{3 - 1} = \frac{32800}{2} = 16400$$

Ejercicio nº 6.- (1,5 puntos) La suma de todos los términos de una progresión geométrica es $S_{\infty}=180$ y la razón es $r=5/6$. Calcula el primer término de la sucesión a_1 .

Solución:

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r} \rightarrow 180 = \frac{a_1}{1-\frac{5}{6}} \rightarrow 180 = \frac{a_1}{\frac{1}{6}} \rightarrow a_1 = 180 \cdot \frac{1}{6} = 30$$

Por tanto, el primer término es 30.

Ejercicio nº 7.- (1,5 puntos) Las edades de cuatro hermanos forman una progresión aritmética y su suma es de 24 años ($S_4=24$). Halla la edad de cada uno sabiendo que la edad del mayor es triple que la del menor.

Solución:

$$S_4 = 24$$

$$S_4 = \frac{(a_1 + a_4) \cdot 4}{2} \rightarrow 24 = (a_1 + a_4) \cdot 2 \rightarrow a_1 + a_4 = 12$$

$$\text{Como } a_4 = 3a_1 \rightarrow a_1 + a_4 = a_1 + 3a_1 = 12 \rightarrow 4a_1 = 12 \rightarrow a_1 = 3$$

Por tanto, $a_4 = 3 \cdot 3 = 9$.

Calculamos la diferencia:

$$a_4 = a_1 + 3d \rightarrow 9 = 3 + 3d \rightarrow 6 = 3d \rightarrow d = 2$$

Por tanto, las edades son: 3, 5, 7 y 9 años.