INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA EL ESCORIAL Alumno/a_______________________________ Curso _____ Grupo ______ Matemáticas 4º ESO. SISTEMAS DE ECUACIONES E INECUACIONES. 16-02-2018	CALIFICACIÓN

1. Halla la solución de este sistema:

$$\begin{cases} \boldsymbol{y+2x=2} \\ \boldsymbol{\dfrac{10x+3}{5}=5y-1} \end{cases}$$

Solución:

Comenzamos por simplificar la segunda ecuación transformándola en otra equivalente:

$$10x+3=5(5y-1) \quad \to \quad 10x+3=25y-5 \quad \to \quad 10x-25y=-8$$

El sistema es:

$$\begin{cases} y+2x=2 \\ 10x-25y=-8 \end{cases}$$

Resolvemos por el método de sustitución:

$$y=2-2x$$

$$10x-25(2-2x)=-8 \quad \to \quad 10x-50+50x=-8 \quad \to \quad 60x=42 \quad \to \quad x=\frac{42}{60} \quad \to \quad x=\frac{7}{10}$$

Luego:

$$y=2-2\cdot\frac{7}{10} \quad \to \quad y=2-\frac{7}{5} \quad \to \quad y=\frac{3}{5}$$

La solución al sistema es: $x=\dfrac{7}{10},\ y=\dfrac{3}{5}$

Comprobamos la solución:

$$\frac{3}{5}+2\cdot\frac{7}{10}=\frac{3}{5}+\frac{14}{10}=\frac{20}{10}=2$$

$$\frac{10\cdot\frac{7}{10}+3}{5}-5\cdot\frac{3}{5}=\frac{10}{5}-3=\frac{-5}{5}=-1$$

2. Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{13}{6} \\ xy=6 \end{cases}$$

Solución:

Empezamos simplificando la primera ecuación multiplicándola por *xy*:

$$6x^2+6y^2=13xy$$

Como $xy = 6$:

$$6x^2+6y^2=13\cdot 6 \quad \rightarrow \quad x^2+y^2=13$$

Por tanto, el sistema a resolver es:

$$\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ xy=6 \end{cases}$$

Despejamos *y* en la segunda ecuación y sustituimos en la primera:

$$y=\frac{6}{x}$$

$$x^2+\frac{36}{x^2}=13 \quad \rightarrow \quad x^4-13x^2+36=0$$

Ecuación bicuadrada:

$$x^2=\frac{13\pm\sqrt{169-144}}{2}=\frac{13\pm 5}{2} \begin{cases} 9 \rightarrow x=\pm 3 \\ 4 \rightarrow x=\pm 2 \end{cases}$$

Si $x=3 \quad \rightarrow \quad y=2$

Si $x=2 \quad \rightarrow \quad y=3$

Si $x=-3 \quad \rightarrow \quad y=-2$

Si $x=-2 \quad \rightarrow \quad y=-3$

Comprobemos si las dos primeras soluciones son, o no, válidas:

$$\begin{cases} \dfrac{3}{2}+\dfrac{2}{3}=\dfrac{13}{6} \\ 3\cdot 2=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{2}=\dfrac{4+9}{6}=\dfrac{13}{6} \\ 3\cdot 2=6 \end{cases}$$

Análogamente se cumpliría para las otras dos. Luego, las soluciones son:

$$\begin{aligned} x_1 &= 3 \quad \rightarrow \quad y_1 = 2 \\ x_2 &= 2 \quad \rightarrow \quad y_2 = 3 \\ x_3 &= -3 \quad \rightarrow \quad y_3 = -2 \\ x_4 &= -2 \quad \rightarrow \quad y_4 = -3 \end{aligned}$$

3.Resuelve:

$$\begin{cases} \sqrt{x-2} + y = 3 \\ -5 + 2x = x - y \end{cases}$$

Solución:

El sistema inicial es equivalente a $\begin{cases} \sqrt{x-2} + y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases}$

Aplicamos el método de igualación:

$$\left.\begin{aligned} y &= 3 - \sqrt{x-2} \\ y &= 5 - x \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad 3 - \sqrt{x-2} = 5 - x \quad \rightarrow \quad x - 2 = \sqrt{x-2}$$

Elevamos al cuadrado los dos miembros de la última igualdad:

$$(x-2)^2 = x - 2 \quad \rightarrow \quad (x-2)^2 - (x-2) = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad (x-2)(x-2-1) = 0 \quad \rightarrow \quad (x-2)(x-3) = 0 \quad \begin{cases} x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 2 \\ x - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 3 \end{cases}$$

Si $x = 2 \quad \rightarrow \quad y = 3$
Si $x = 3 \quad \rightarrow \quad y = 2$

Comprobamos las soluciones sobre el sistema:

$$\begin{cases} \sqrt{x-2} + y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases} \rightarrow \quad \begin{cases} \sqrt{2-2} + 3 = 3 \\ 2 + 3 = 5 \end{cases} ; \quad \begin{cases} \sqrt{3-2} + 2 = 1 + 2 = 3 \\ 2 + 3 = 5 \end{cases}$$

Luego ambas soluciones son válidas: $x_1 = 2 \quad \rightarrow \quad y_1 = 3$
$x_2 = 3 \quad \rightarrow \quad y_2 = 2$

4. Escribe en forma de intervalo la solución de la siguiente inecuación:

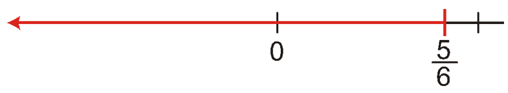
$$\mathbf{\frac{4}{3} + 2x \leq 3}$$

Solución:

a) Multiplicamos todo por 3 para quitar el denominador:

$$4+6x\le 9 \quad\rightarrow\quad 6x\le 5 \quad\rightarrow\quad x\le \frac{5}{6}$$

La solución en forma de intervalo es $\left(-\infty,\ \frac{5}{6}\right]$.



5. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} \dfrac{3x+2}{3}-2\ge \dfrac{x+3}{2} \\ 2x-1>3-\dfrac{1-x}{3} \end{cases}$$

Solución

Resolvemos cada inecuación y buscamos las soluciones comunes:

$$\frac{3x+2}{3}-2\ge \frac{x+3}{2} \;\rightarrow\; 2(3x+2-6)\ge 3(x+3) \;\rightarrow\; 6x-8\ge 3x+9 \;\rightarrow\; 3x\ge 17 \;\rightarrow\; x\ge \frac{17}{3}$$

$$2x-1>3-\frac{1-x}{3} \;\rightarrow\; 3(2x-1)>9-1+x \;\rightarrow\; 6x-3>8+x \;\rightarrow\; 5x>11 \;\rightarrow\; x>\frac{11}{5}$$

La solución del sistema es $\left[\frac{17}{3},\ \infty\right)$.